

# AMBIENTE WEB DE APRENDIZADO DO MÉTODO DUAL SIMPLEX PARA SOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE PROGRAMAÇÃO LINEAR.

Reinaldo Andrés González Fernández, Edson Luiz França Senne – Ciências Exatas - Ciência da Computação - Departamento de Matemática – FEG – Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá – UNESP – Universidade Estadual Paulista.

A solução de problemas usando técnicas de Programação Linear (Murty, 1976) envolve a formulação de modelos matemáticos e a aplicação de alguma técnica de solução que, em geral, exige um grande volume de cálculos.

Neste trabalho descreve-se o desenvolvimento de um ambiente Web para auxílio à aprendizagem do algoritmo Dual Simplex para solução de Problemas de Programação Linear (PPL). Com este trabalho espera-se que o emprego da tecnologia de computação contribua para uma estratégia educacional no sentido apontado por Liebman (1994). Neste ambiente, pretende-se que o estudante se preocupe com os aspectos conceituais do método Dual Simplex, tomando as decisões necessárias para a solução de um problema, deixando para o computador toda a tarefa de efetuar os cálculos e monitorar se as decisões foram tomadas corretamente. O ambiente foi implementado como um sistema Web, utilizando a linguagem Java (Sun, 2005), o ambiente de desenvolvimento Eclipse (Eclipse Foundation, 2006), e o servidor Tomcat 5.0 (Apache Jakarta, 2006) como plataforma padrão de execução.

O método Dual Simplex é um processo iterativo que se aplica a uma formulação do problema conhecida como *forma padrão*. Durante o processo iterativo, várias decisões precisam ser tomadas para obter a solução ótima do problema como, por exemplo, a inclusão de variáveis de folga, a obtenção de uma base dual viável inicial para o problema, a identificação das variáveis básicas e não-básicas, a determinação da variável que sai e a variável que entra da base a cada passo de pivoteamento, dentre outras. Pode-se dizer que um estudante irá dispor de bom conhecimento sobre a aplicação desta técnica se puder tomar tais decisões com segurança. O sistema Web de aprendizagem apresentado neste trabalho pretende auxiliar esse processo de tomada de decisão realizado pelo estudante, alertando-o sobre seus erros e oferecendo recursos que o auxiliem a tomar a decisão correta a cada instante.

O módulo para aprendizado do método Dual Simplex utiliza a tecnologia Servlet Java, permitindo que o programa implementado possa ser utilizado a partir de um navegador de Internet. Desta forma, o ambiente de aprendizado será independente de plataforma computacional e o módulo pode ser acessado remotamente de qualquer computador ligado à Internet, não necessitando ser instalado no computador do usuário.

O objetivo fundamental do projeto é permitir que um estudante de graduação em Engenharia aprenda os conceitos relativos ao método Dual Simplex. O ambiente desenvolvido interage com o estudante a cada etapa da solução de um problema e formula questões sobre a ação correta a ser realizada nesta etapa. Se o estudante responde corretamente, o programa passa para a próxima etapa. Caso contrário, o ambiente informa ao estudante que ele cometeu um erro e apresenta a resposta correta.

O ambiente desenvolvido consiste basicamente de dois arquivos Java. Um contendo o código principal, onde se encontram todas as funções principais do método e estão embutidos os códigos em XHTML, que são responsáveis pelo formato das páginas apresentadas (telas). O outro arquivo Java tem a finalidade de possibilitar ao ambiente trabalhar com quantidades fracionárias e define uma classe do tipo fração chamada **Frac**. Esta classe dispõe de todas as funções (métodos) referentes ao trabalho com frações, tais como operações aritméticas e conversões de tipo **StoF** (String to Frac) e **FtoS** (Frac to String). O trabalho com frações é necessário porque, durante a aplicação do método Simplex, em particular na operação de pivoteamento, são necessárias muitas operações de divisão, que podem resultar em erros de arredondamento. O trabalho com frações, portanto, simula o processo que um estudante empregaria para aplicar o método.

Para ilustrar o ambiente desenvolvido apresenta-se a seguir a resolução de um problema de PL pelo método Dual Simplex. A tela inicial (página **Index**) solicita a identificação do usuário e sua senha. Em seguida, o ambiente solicita a definição do problema, conforme ilustra a Figura 1.

## DUAL SIMPLEX

Número de erros por Passo:

Número máximo de erros:

**Definição do modelo:**

O modelo possui  variáveis

O modelo possui  restrições

TIPO: ☒ MÁX ☐ MIN

Figura 1 – Definição do PPL.

Em seguida, o ambiente requer do usuário os valores iniciais do problema, conforme ilustra a Figura 2.

Nº de erros cometidos: 0      Nº de erros ainda possíveis: 3

### Inserir dados iniciais:

	X1	X2	Tipo	b
L1	-3	1	<= <input type="button" value="v"/>	-1
L2	1	-1	<= <input type="button" value="v"/>	1
L3	-2	7	<= <input type="button" value="v"/>	6
L4	9	-4	<= <input type="button" value="v"/>	6
L5	-5	2	<= <input type="button" value="v"/>	-3
L6	7	-3	<= <input type="button" value="v"/>	6
-Z	1	2	=	0

Figura 2 – Dados iniciais do problema

A seguir, o usuário precisa decidir se há necessidade de variáveis de folga e, em caso afirmativo, indicar os valores dos coeficientes dessas variáveis. Em seguida, o usuário precisa reconhecer se existe ou não uma base dual viável inicial para o problema, como mostra a Figura 3.

Nº de erros cometidos: 3      Nº de erros ainda possíveis: 0

### Identificação de uma base dual viável inicial

	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	Tipo	b
L1	-3	1	1	0	0	0	0	0	=	-1
L2	1	-1	0	1	0	0	0	0	=	1
L3	-2	7	0	0	1	0	0	0	=	6
L4	9	-4	0	0	0	1	0	0	=	6
L5	-5	2	0	0	0	0	1	0	=	-3
L6	7	-3	0	0	0	0	0	1	=	6
-Z	1	2	0	0	0	0	0	0	=	0

Há base dual viável inicial para o problema ? ☒ Sim ☐ Não

Figura 3 – Identificação de base dual viável inicial

Em seguida, o usuário deve definir quais são as variáveis que pertencem à base, como mostra a Figura 4.

Nº de erros cometidos: 3
Nº de erros ainda possíveis: 0

**Defina as variáveis básicas do PPL**

	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	Tipo	b
X3 ▼	-3	1	1	0	0	0	0	0	=	-1
X4 ▼	1	-1	0	1	0	0	0	0	=	1
X5 ▼	-2	7	0	0	1	0	0	0	=	6
X6 ▼	9	-4	0	0	0	1	0	0	=	6
X7 ▼	-5	2	0	0	0	0	1	0	=	-3
X8 ▼	7	-3	0	0	0	0	0	1	=	6
-Z	1	2	0	0	0	0	0	0	=	0

Figura 4 – Definição das variáveis básicas

Em seguida, o usuário deve reconhecer se a solução apresentada é ótima ou não. Para um problema de minimização, todos os valores da coluna b devem ser não negativos para que a solução seja ótima. A Figura 5 mostra como o usuário toma esta decisão.

Nº de erros cometidos: 1
Nº de erros ainda possíveis: 2

**Teste de otimalidade para o PPL**

	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	Tipo	b
X3	-3	1	1	0	0	0	0	0	=	-1
X4	1	-1	0	1	0	0	0	0	=	1
X5	-2	7	0	0	1	0	0	0	=	6
X6	9	-4	0	0	0	1	0	0	=	6
X7	-5	2	0	0	0	0	1	0	=	-3
X8	7	-3	0	0	0	0	0	1	=	6
-Z	1	2	0	0	0	0	0	0	=	0

A solução é ótima? ☒ Sim ☐ Não

Figura 5 – Teste da solução ótima

Não sendo uma solução ótima, inicia-se um processo iterativo para a busca da solução ótima. Para isto, o usuário deve saber qual variável deve sair da base e qual variável deve entrar na base, como mostra a Figura 6.

Nº de erros cometidos: 1
Nº de erros ainda possíveis: 2

**Atualização da Base do PPL (Pivoteamento)**

	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	Tipo	b
X3	-3	1	1	0	0	0	0	0	=	-1
X4	1	-1	0	1	0	0	0	0	=	1
X5	-2	7	0	0	1	0	0	0	=	6
X6	9	-4	0	0	0	1	0	0	=	6
X7	-5	2	0	0	0	0	1	0	=	-3
X8	7	-3	0	0	0	0	0	1	=	6
-Z	1	2	0	0	0	0	0	0	=	0

Qual é a variável que sai da base? X7 ▼

Qual é a variável que entra da base? X1 ▼

Figura 6 – Definição do pivô.

Nas iterações de pivoteamento, a base será atualizada e, em geral, os coeficientes da tabela aparecem como valores fracionários. Durante essas iterações as telas das figuras 5 e 6 são exibidas ao usuário até que se chega à conclusão de que a solução atual é ótima, quando encerra-se o processo iterativo e os resultados são apresentados, como mostra a Figura 7.

DUAL SIMPLEX										
	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	Tipo	b
X3	0	-1/5	1	0	0	0	-3/5	0	=	4/5
X4	0	-3/5	0	1	0	0	1/5	0	=	2/5
X5	0	31/5	0	0	1	0	-2/5	0	=	36/5
X6	0	-2/5	0	0	0	1	9/5	0	=	3/5
X1	1	-2/5	0	0	0	0	-1/5	0	=	3/5
X8	0	-1/5	0	0	0	0	7/5	1	=	9/5
-Z	0	12/5	0	0	0	0	1/5	0	=	-3/5

Solução Única Ótima  $X^*$

$X^* : X3 = 4/5, X4 = 2/5, X5 = 36/5, X6 = 3/5, X1 = 3/5, X8 = 9/5,$

$Z = 3/5$

INICIO

Figura 7 – Resultados obtidos

Os grandes desafios do projeto foram o aprendizado das linguagens Java e HTML, a correta utilização do ambiente de desenvolvimento Eclipse, o estudo dos métodos Primal e Dual Simplex e a implementação do método Dual Simplex. O estudo da linguagem Java as ferramentas básicas para o desenvolvimento do projeto. Foi possível constatar a poder da tecnologia Java para a criação de aplicações para Internet, mediante o uso de servlets, os quais aprimoram as funcionalidades dos servidores Web, permitindo (dentre outras possibilidades) gerar páginas HTML dinâmicas e personalizadas.

O aprendizado dos métodos Primal e Dual Simplex exigiu maior atenção e tempo, pois além da necessidade de estudar os métodos com detalhe, havia a necessidade de estruturar e identificar as etapas em que o usuário estaria interagindo com o software. O método Simplex apresenta várias etapas bem definidas, o que propicia dividir a resolução de um problema em diversas etapas.

Pretende-se que o sistema desenvolvido neste projeto, juntamente com outros sistemas já desenvolvidos, possa constituir um ambiente educacional via Internet para o aprendizado de técnicas de Pesquisa Operacional, a exemplo de várias outras iniciativas já conhecidas (Mentor, 2006; Vanderbei, 2006). Com este ambiente espera-se que o emprego da tecnologia de computação contribua para o estabelecimento de uma estratégia de aprendizado que dê aos estudantes mais motivação para os estudos.

## Referências Bibliográficas

- Apache Jakarta. *The Apache Jakarta Project*. Disponível em: <http://jakarta.apache.org>. Acesso em maio, 2006.
- Eclipse Foundation. *Eclipse Platform*. Disponível em <http://www.eclipse.org>. Acesso em outubro de 2006.
- Liebman, J.S. New Approaches in Operations Research Education. *International Transactions in Operational Research*, vol. 1, no. 2, 189-196, April 1994.
- Mentor. *Software to Teach Operational Research*. Disponível em: <http://www.managementscience.org/mentor/mentor.asp>. Acesso em outubro de 2006.
- Murty, K.G. *Linear and Combinatorial Programming*. John Wiley & Sons, New York, 1976.
- Sun. *Java Technology*. Disponível em: <http://java.sun.com>. Acesso em junho de 2005.
- Vanderbei, R. *Simplex Pivot Tool*. Disponível em: <http://www.princeton.edu/~rvdb/>. Acesso em outubro de 2006.

**Bolsa:** CNPq/PIBIC